

## 摘要

在低电阻测量时，导线本身的电阻和接触点电阻的影响不能忽略，因此应设法排除他们的影响。本实验利用低电阻的四端接法，减小了导线电阻和接触电阻等的影响，并利用双臂电桥法实现较为精确的低电阻测量。在本实验中，使用如上方法，测量金属材料的电阻率，并考察了不同金属材料电阻率的分布情况。

## 第一部分 实验目的

- 了解金属电阻率测量方法的要点.
- 掌握双臂电桥工作原理.
- 掌握用双臂电桥测量金属材料电阻率的方法.

## 第二部分 实验方法

### 实验原理

在测量小电阻 ( $R_x \leq 1\Omega$ ) 时，为了避免接触电阻的影响，将低电阻  $R_x$  以四端接线法接入测量电路（如图 1）电流由 A 端流入从 D 端流出，待测低电阻为电压头 B、C 间的电阻，B、C 间电压降即为待测电阻两端的电压降，接于电流测量回路中的电流头两端（A、D）与接于电压测量回路中的电压头 B、C 各自分开。

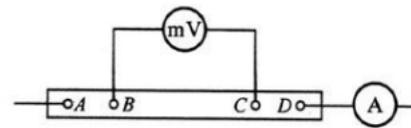


图 1: 四端接线法

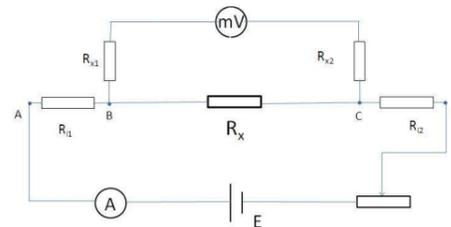


图 2: 四端接线法等效电路

将低电阻四端接线法应用于电桥法测电阻，即为本次实验采用的双臂电桥。标准电阻  $R$ ，电流头接触电阻  $R_{in1}, R_{in2}$ ，待测电阻  $R_x$  的电流头接触电阻为  $R_{ix1}, R_{ix2}$ ，都在双臂电桥测量电路的电流回路内。标准电阻电压头接触电阻为  $R_{n1}, R_{n2}$ ，待测电阻  $R_x$ ，电压头接触电阻为  $R_{x1}, R_{x2}$ 。连接到双臂电桥电压测量回路中，因为它们与较大电阻  $R_1, R_2, R_3, R$  串联，故影响回路。

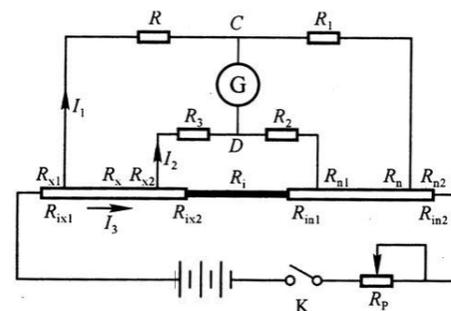


图 3: 双臂电桥电路图

当电桥平衡时，通过检流计 G 的电流  $I_G = 0$ ，C, D 两点电位相等，根据基尔霍夫定律，可得方程组：

$$\begin{cases} I_1 R = I_3 R_x + I_2 R_3 \\ I_1 R_1 = I_3 R_n + I_2 R_2 \\ (I_3 - I_2) R_i = I_2 (R_2 + R_3) \end{cases} \quad (1)$$

解方程组得：

$$R_x = \frac{R}{R_1} \cdot R_n + \frac{R \cdot R_i}{R_3 + R_2 + R_i} \left( \frac{R_2}{R_1} - \frac{R_3}{R} \right) \quad (2)$$

如果能满足条件  $\frac{R_2}{R_1} = \frac{R_3}{R}$ ，那么式 (2) 中第二项为零，附加电阻  $R_i$  的影响可以忽略不计，由此可得：

$$R_x = \frac{R}{R_1} \cdot R_n \quad (3)$$

通过设定  $R_1, R_2$ ，并通过联动转换开关同时调节  $R_3, R$ ，可以使得条件  $\frac{R_2}{R_1} = \frac{R_3}{R}$  成立。实际上即使用了联动转换开关，也很难完全做到  $\frac{R_2}{R_1} = \frac{R_3}{R}$ 。为了减小 (2) 式中第二项的影响，应使用尽量粗的导线，并尽可能降低接触电阻，以减小附加电阻  $R_i$  的阻值 ( $R_i < 0.001 \Omega$ )，使 (2) 式第二项尽量小到与第一项比较可以忽略，以使 (3) 式成立。

## 实验器材

实验仪器 QJ36 型双臂电桥 (0.02 级)；

JWY 型直流稳压电源 (5A15V)；

直流复射式检流计 (AC15/4 或/6 型)；

低电阻四端测试架；待测铜、铝棒各一根；电流表 (5A)；

千分尺等。

电路元件 限流电阻；

双刀双掷换向开关；

标准电阻 (0.001  $\Omega$ , 0.01 级)；

超低电阻 (小于 0.001  $\Omega$ ) 连接线；导线等。

## 实验方案

- (1) 将铜棒安装在四端测试架上，调节待测铜棒长度为 30 cm，将桥臂电阻  $R_1, R_2$  均设置为 1000  $\Omega$ 。
- (2) 调节 R 使检流计指示为 0，读出此时 R 的电阻值。利用双刀开关换向，反向再调平，记录 R 值。
- (3) 如步骤 (2)，正反向测量三组数据。

- (4) 多次测量铜棒直径  $D$ ，在未知电阻  $R_x$  区域测量，在不同的位置和方位测量 6 次，求平均值。
- (5) 将铜棒换成铝棒，重复步骤 (2) ~ (4)。

### 第三部分 数据处理与误差分析

#### 实验数据

表 1: 直径测量记录

测量次数	铜棒直径 (mm)	铝棒直径 (mm)
1	4.960	4.972
2	4.952	4.972
3	4.990	4.979
4	4.991	4.977
5	4.991	4.972
6	4.991	4.971

**PS:** 游标卡尺误差为: +0.011 mm

表 2: 电阻测量记录

铜棒	测量次数	(1)		(2)		(3)	
	电流方向	正	反	正	反	正	反
	阻值 $R (\Omega)$	1201.00	1201.00	1202.00	1202.00	1202.00	1202.00
铝棒	测量次数	(1)		(2)		(3)	
	电流方向	正	反	正	反	正	反
	阻值 $R (\Omega)$	556.00	556.00	556.00	557.00	557.00	556.00

(**PS:** 原始数据记录表格，即课堂手写记录将附在文档末尾。)

## 数据处理

### 1. 铜棒电阻率的测量

本实验中,  $d, R, R_n, R_1, L$  的误差均为正态分布,  $t_p = 2.57, k_p = 1.96, C = 3$ .  
首先计算铜棒的直径:

$$\bar{d} = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 d_i = 4.968 \text{ mm}$$

直径标准差为:

$$\sigma_d = \sqrt{\frac{1}{6-1} \sum_{i=1}^6 (d_i - \bar{d})^2} = 0.022 \text{ mm}$$

游标卡尺允差  $\Delta_B = 0.004 \text{ mm}$ , 计算出直径的展伸不确定度为:

$$U_d = \sqrt{\left(t_p \frac{\sigma_d}{\sqrt{n}}\right)^2 + \left(k_p \frac{\Delta_B}{C}\right)^2} = 0.023 \text{ mm}$$

取铜棒长度为 30 cm 接入电路时:

$$\bar{R} = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 R_i = 1201.67 \Omega$$

标准差:

$$\sigma_R = \sqrt{\frac{1}{6-1} \sum_{i=1}^6 (R_i - \bar{R})^2} = 0.51 \Omega$$

根据电阻箱的电阻级数算 B 类不确定度:

$$\Delta_B = a\%R = 0.02\% \times 1201.67 = 0.24 \Omega$$

于是计算出铜棒电阻的展伸不确定度为:

$$U_R = \sqrt{\left(t_p \frac{\sigma_R}{\sqrt{n}}\right)^2 + \left(k_p \frac{\Delta_B}{C}\right)^2} = 0.56 \Omega$$

铜棒长度为 30 cm 时, 允差  $\Delta_1 = 0.1 \text{ mm}$ , 估计误差  $\Delta_2 = 0.05 \text{ mm}$ , 因此  $L$  的不确定度为:

$$U_L = k_p \frac{\sqrt{\Delta_1^2 + \Delta_2^2}}{C} = 0.0073 \text{ cm}$$

标准电阻  $R_n$  的设定值为  $R_n = 0.001 \Omega$ , 级数为  $a = 0.01$  因此相对不确定度为:

$$\frac{U_{R_n}}{R_n} = k_p \frac{a\%}{C} = 0.0065\%$$

同理可得电阻  $R_1$  的相对不确定度:

$$\frac{U_{R_1}}{R_1} = k_p \frac{a\%}{C} = 0.013\%$$

根据铜棒的电阻率表达式:

$$\rho = \frac{\pi R R_n d^2}{4 R_1 L}$$

带入得:

$$\rho = 7.76 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$$

根据误差合成:

$$\frac{U_\rho}{\rho} = \sqrt{\left(\frac{U_R}{R}\right)^2 + \left(\frac{U_{R_n}}{R_n}\right)^2 + \left(2\frac{U_d}{d}\right)^2 + \left(\frac{U_{R_1}}{R_1}\right)^2 + \left(\frac{U_L}{L}\right)^2} = 9.28 \times 10^{-3}$$

由此得到:

$$U_\rho = 7.19 \times 10^{-10} \Omega \cdot \text{m}$$

最终铜棒得电阻率测量结果记作:

$$\rho = (7.76 \pm 0.07) \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}, p = 0.95$$

## 2. 铝棒电阻率的测量

铝棒直径:

$$\bar{d} = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 d_i = 4.963 \text{ mm}$$

电阻测量值:

$$\bar{R} = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 R_i = 556.33 \Omega$$

带入计算公式得:

$$\rho = 3.58 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$$

## 误差分析

- (1) 电阻的电阻值可能随温度变化而变化.
- (2) 电桥电路中的导线本身具有电阻. 这些导线电阻可能会对测量结果产生影响.
- (3) 测量时读数较慢, 使得电桥通电时间较长, 产生误差.

## 思考题

1. 如果将标准电阻和待测电阻电流头和电压头互换，等效电路有何变化，有什么不好？

答：如果互换，附加电阻  $R_{ix1}$ ,  $R_{ix2}$  仍然会被电压表测量，此时等效电路与二端接法没有本质差异，这样就不能起到消除附加电阻影响的效果，无法准确测量低电阻。

2. 在测量时，如果被测低电阻的电压头接线电阻较大（例如被测电阻远离电桥，所用引线过细过长等），对测量准确度有无影响？

答：通常来说，电压表电阻远大于这些接触电阻和接线电阻，所以一般来讲可以忽略这些误差；但如果电压表电阻和这些接线电阻量级相当，则会给电流测量带来很大误差，从而大大影响测量精确度。

3. 根据测量误差分析情况，实验中电阻率测量精度影响最大的是什么？

答：误差分析过程中可以发现，对相对不确定度贡献最大的项是电阻测量的误差项。这个误差一方面来自于电桥本身的灵敏度（检流计的灵敏度），在平衡位置附近检流计偏转不明显带来测量误差；另一方面，整个电路也会因为发热、外界扰动等原因受到影响，从而影响测量精度。

4. 电阻测量中四端接法用于什么情况？如何提高电阻测量精度？

答：四端接法用于测量低电阻。对于测量常规大小的电阻时，使用两端法即可。用双臂电桥测量低电阻时，应注意不要使待测电阻温度过高，并尽量选择阻值精度高、温度系数小的电阻为桥臂电阻。实验时，避免长时间通电造成电阻升温，避免外力扰动实验台，换用灵敏度更高的检流计，适当提高电路电流大小等方法，都可以提高测量精度。

## 致谢

感谢大物实验教学中心王中平，刘应玲老师。